

Nom :

Numéro d'étudiant-e :

Test n°1

Mardi 28 janvier, de 8h30 à 9h20

Consigne. Vous devez répondre sur la feuille d'énoncé. Les calculatrices sont interdites. Chaque question compte 10 points, pour un total sur **50** points. Vous pouvez utiliser l'autre face de la feuille d'énoncé comme brouillon.

Barème des questions 1, 2 et 5 : 10 pour quatre réponses justes, 6 pour trois réponses justes, 2 pour deux réponses justes, 0 pour une réponse juste ou moins.

Barème des questions 3 et 4 : 10 pour la bonne réponse, 0 pour une réponse fausse.

1 - Pour chaque ensemble proposé ci-dessous, cocher OUI c'est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 , et NON si ce n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 .

- | | | |
|---|---|---|
| a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$ | <input type="checkbox"/> OUI | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON |
| c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$ | <input type="checkbox"/> OUI | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 6x - 3y = x\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON |

2 - Pour chaque application proposée ci-dessous, cocher OUI si elle est \mathbb{R} -linéaire, et NON si elle n'est pas \mathbb{R} -linéaire.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $a : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(X+1)$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON |
| b) $b : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P' - 2P''$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON |
| c) $c : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).P' - X$ | <input type="checkbox"/> OUI | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| d) $d : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).X - P'$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON |

3 - Dans le \mathbb{R} -espace vectoriel \mathbb{R}^3 , on considère les vecteurs $e_1 = (0, 1, 2)$, $e_2 = (-3, 1, -1)$ et $e_3 = (-3, 3, 3)$. Cocher la proposition correcte.

- | |
|---|
| <input type="checkbox"/> a) La famille (e_1, e_2, e_3) est une base de \mathbb{R}^3 . |
| <input type="checkbox"/> b) La famille (e_1, e_2, e_3) est libre, mais pas génératrice. |
| <input type="checkbox"/> c) La famille (e_1, e_2, e_3) est génératrice, mais pas libre. |
| <input checked="" type="checkbox"/> d) La famille (e_1, e_2, e_3) n'est ni libre, ni génératrice. |

4 - On considère l'application linéaire $u : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X], P \mapsto P(2).(X^2 + 1) + (2X - 3).P'(X)$. Quelle est la matrice A de l'endomorphisme u dans la base canonique $(1, X, X^2)$ de $\mathbb{R}_2[X]$? Cocher la bonne réponse.

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ | <input checked="" type="checkbox"/> b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ |
| <input type="checkbox"/> c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 4 & -6 & 8 \end{bmatrix}$ | <input type="checkbox"/> d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ |
| <input type="checkbox"/> e) Aucune de ces réponses. | |

5 - Dire si chaque proposition est vraie ou fausse. Dans un espace vectoriel de dimension finie, ...

- | | | |
|---|--|--|
| a) ... tout sous-espace vectoriel est de dimension finie. | <input checked="" type="checkbox"/> VRAI | <input type="checkbox"/> FAUX |
| b) ... toute famille génératrice est libre. | <input type="checkbox"/> VRAI | <input checked="" type="checkbox"/> FAUX |
| c) ... de toute famille libre, on peut extraire une base. | <input type="checkbox"/> VRAI | <input checked="" type="checkbox"/> FAUX |
| d) ... toutes les bases ont le même nombre d'élément. | <input checked="" type="checkbox"/> VRAI | <input type="checkbox"/> FAUX |