

Nom :

Numéro d'étudiant-e :

## Test n°1

Mardi 28 janvier, de 8h30 à 9h20

**Consigne.** Vous devez répondre sur la feuille d'énoncé. Les calculatrices sont interdites. Chaque question compte 10 points, pour un total sur **50** points. Vous pouvez utiliser l'autre face de la feuille d'énoncé comme brouillon.

*Barème des questions 1, 2 et 5 : 10 pour quatre réponses justes, 6 pour trois réponses justes, 2 pour deux réponses justes, 0 pour une réponse juste ou moins.*

*Barème des questions 3 et 4 : 10 pour la bonne réponse, 0 pour une réponse fausse.*

**1** - Pour chaque ensemble proposé ci-dessous, cocher OUI c'est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^2$ , et NON si ce n'est pas un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^2$ .

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$   | <input type="checkbox"/> OUI            | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$   | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON            |
| c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$      | <input type="checkbox"/> OUI            | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 6x - 3y = x\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON            |

**2** - Pour chaque application proposée ci-dessous, cocher OUI si elle est  $\mathbb{R}$ -linéaire, et NON si elle n'est pas  $\mathbb{R}$ -linéaire.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $a : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(X+1)$      | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON            |
| b) $b : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P' - 2P''$   | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON            |
| c) $c : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).P' - X$ | <input type="checkbox"/> OUI            | <input checked="" type="checkbox"/> NON |
| d) $d : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).X - P'$ | <input checked="" type="checkbox"/> OUI | <input type="checkbox"/> NON            |

**3** - Dans le  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{R}^3$ , on considère les vecteurs  $e_1 = (0, 1, 2)$ ,  $e_2 = (-3, 1, -1)$  et  $e_3 = (-3, 3, 3)$ . Cocher la proposition correcte.

- |   |
|---|
| <input type="checkbox"/> a) La famille $(e_1, e_2, e_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$ .           |
| <input type="checkbox"/> b) La famille $(e_1, e_2, e_3)$ est libre, mais pas génératrice.           |
| <input type="checkbox"/> c) La famille $(e_1, e_2, e_3)$ est génératrice, mais pas libre.           |
| <input checked="" type="checkbox"/> d) La famille $(e_1, e_2, e_3)$ n'est ni libre, ni génératrice. |

**4** - On considère l'application linéaire  $u : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X], P \mapsto P(2).(X^2 + 1) + (2X - 3).P'(X)$ . Quelle est la matrice  $A$  de l'endomorphisme  $u$  dans la base canonique  $(1, X, X^2)$  de  $\mathbb{R}_2[X]$ ? Cocher la bonne réponse.

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ | <input checked="" type="checkbox"/> b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ |
| <input type="checkbox"/> c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 4 & -6 & 8 \end{bmatrix}$ | <input type="checkbox"/> d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$            |
| <input type="checkbox"/> e) Aucune de ces réponses.   |  |

**5** - Dire si chaque proposition est vraie ou fausse. Dans un espace vectoriel de dimension finie, ...

- |   |  |  |
|---|--|--|
| a) ... tout sous-espace vectoriel est de dimension finie. | <input checked="" type="checkbox"/> VRAI | <input type="checkbox"/> FAUX            |
| b) ... toute famille génératrice est libre.               | <input type="checkbox"/> VRAI            | <input checked="" type="checkbox"/> FAUX |
| c) ... de toute famille libre, on peut extraire une base. | <input type="checkbox"/> VRAI            | <input checked="" type="checkbox"/> FAUX |
| d) ... toutes les bases ont le même nombre d'élément.     | <input checked="" type="checkbox"/> VRAI | <input type="checkbox"/> FAUX            |