

Nom :

Numéro d'étudiant-e :

Test n°1

Mardi 28 janvier, de 8h30 à 9h20

Consigne. Vous devez répondre sur la feuille d'énoncé. Les calculatrices sont interdites. Chaque question compte 10 points, pour un total sur 50 points. Vous pouvez utiliser l'autre face de la feuille d'énoncé comme brouillon.

Barème des question 1, 2 et 5 : 10 pour quatre réponses justes, 6 pour trois réponses justes, 2 pour deux réponses justes, 0 pour une réponse juste ou moins.

Barème des questions 3 et 4 : 10 pour la bonne réponse, 0 pour une réponse fausse.

1 - Pour chaque ensemble proposé ci-dessous, cocher OUI c'est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 , et NON si ce n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 .

- a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$ OUI NON
b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$ OUI NON
c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$ OUI NON
d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 6x - 3y = x\}$ OUI NON

2 - Pour chaque application proposée ci-dessous, cocher OUI si elle est \mathbb{R} -linéaire, et NON si elle n'est pas \mathbb{R} -linéaire.

- a) $a : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(X + 1)$ OUI NON
b) $b : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P' - 2P''$ OUI NON
c) $c : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).P' - X$ OUI NON
d) $d : \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}[X], P \mapsto P(3).X - P'$ OUI NON

3 - Dans le \mathbb{R} -espace vectoriel \mathbb{R}^3 , on considère les vecteurs $e_1 = (0, 1, 2)$, $e_2 = (-3, 1, -1)$ et $e_3 = (-3, 3, 3)$. Cocher la proposition correcte.

- a) La famille (e_1, e_2, e_3) est une base de \mathbb{R}^3 .
 b) La famille (e_1, e_2, e_3) est libre, mais pas génératrice.
 c) La famille (e_1, e_2, e_3) est génératrice, mais pas libre.
 d) La famille (e_1, e_2, e_3) n'est ni libre, ni génératrice.

4 - On considère l'application linéaire $u : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X], P \mapsto P(2).(X^2 + 1) + (2X - 3).P'(X)$. Quelle est la matrice A de l'endomorphisme u dans la base canonique $(1, X, X^2)$ de $\mathbb{R}_2[X]$? Cocher la bonne réponse.

- a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$
 c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 4 & -6 & 8 \end{bmatrix}$ d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & -6 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$
 e) Aucune de ces réponses.

5 - Dire si chaque proposition est vraie ou fausse. Dans un espace vectoriel de dimension finie, ...

- a) ... tout sous-espace vectoriel est de dimension finie. VRAI FAUX
b) ... toute famille génératrice est libre. VRAI FAUX
c) ... de toute famille libre, on peut extraire une base. VRAI FAUX
d) ... toutes les bases ont le même nombre d'éléments. VRAI FAUX