

Nom :

Numéro d'étudiant-e :

Test n°4

Jeudi 18 avril, de 10h30 à 11h20

Consigne. Vous devez répondre sur la feuille d'énoncé, sans oublier d'y inscrire votre nom et votre numéro d'étudiant-e. Les calculatrices sont interdites. Chaque question compte 10 points, pour un total sur 50 points. Vous pouvez utiliser l'autre face de la feuille d'énoncé comme brouillon.

1 - Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (on ne demande pas la démonstration).

2 - Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Soient a et ℓ deux nombres réels. Écrire, à l'aide de quantificateurs, la proposition « $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a, x < a} \ell$ ».

3 - Parmi les ensembles suivants, lesquels sont des intervalles de \mathbb{R} ? Cochez la ou les bonnes réponses.

- a) $[-2, 5]$
- b) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- c) $] -\infty, 0[$
- d) \mathbb{Z}
- e) \mathbb{Q}

4 - Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite telle que $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont *toujours* vraies (sans aucun contre-exemple possible)? Cocher la ou les bonnes réponses.

- a) $e^{u_n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$
- b) $\ln(1 + u_n^2) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$
- c) $\lfloor u_n \rfloor \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$
- d) $|u_n| \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$
- e) $3^n u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 3$

5 - Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = e^{-1/x}$ si $x \neq 0$, et $f(0) = 0$. Parmi les propositions suivantes, une seule est vraie. Cocher la bonne réponse.

- a) La fonction f est continue sur \mathbb{R} .
- b) La fonction f est continue à gauche, mais pas à droite en 0.
- c) La fonction f est continue à droite, mais pas à gauche en 0.
- d) La fonction f n'est continue ni à gauche, ni à droite en 0.
- e) La fonction f n'admet pas de limite en $+\infty$.