

Nom :

Numéro d'étudiant-e :

## Test n°3

Mardi 2 avril, de 13h30 à 14h20

**Consigne.** Vous devez répondre sur la feuille d'énoncé, sans oublier d'y inscrire votre nom et votre numéro d'étudiant-e. Les calculatrices sont interdites. Chaque question compte 10 points, pour un total sur 50 points. Vous pouvez utiliser l'autre face de la feuille d'énoncé comme brouillon.

1 - Énoncer le théorème sur les limites de suites décroissantes (on ne demande pas la démonstration).

2 - « Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  une suite réelle telle que les sous-suites  $(u_{2n})_{n \geq 0}$  et  $(u_{2n+1})_{n \geq 0}$  soient toutes les deux convergentes. Alors la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est toujours convergente. » Cette proposition est-elle vraie ou fausse ? Cocher la bonne réponse, et donner un contre-exemple si la réponse est « fausse ».

vraie                       fausse, contre-exemple  $u_n =$

3 - Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  une suite telle que  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$ . Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont *toujours* vraies (sans aucun contre-exemple possible) ? Cocher la ou les bonnes réponses.

- a)  $u_n - 1 \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$   
 b)  $u_{2n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 2$   
 c)  $u_{3n^2+1} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$   
 d) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est monotone.  
 e) À partir d'un certain rang, la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est à valeurs positives.

4 - Pour tout entier  $n \geq 0$ , on pose  $u_n = \frac{3^n + n^8}{2^n + n!}$ . Comment se comporte la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  ? Cocher la bonne réponse.

- a)  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$   
 b)  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$   
 c)  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$   
 d)  $u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{2}$   
 e) La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  n'a pas de limite.

5 - Pour tout entier  $n \geq 0$ , on pose  $u_n = \sqrt{n}$ . Parmi les suites définies ci-dessous, lesquelles sont extraites de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  ? Cocher la ou les bonnes réponses.

- a)  $(v_n)_{n \geq 0}$ , définie par :  $\forall n \geq 0, v_n = \sqrt{n+1}$   
 b)  $(w_n)_{n \geq 0}$ , définie par :  $\forall n \geq 0, w_n = \sqrt[3]{n}$   
 c)  $(x_n)_{n \geq 0}$ , définie par :  $\forall n \geq 0, x_n = \sqrt{2n}$   
 d)  $(y_n)_{n \geq 0}$ , définie par :  $\forall n \geq 0, y_n = \sqrt{|n-1|}$   
 e)  $(z_n)_{n \geq 0}$ , définie par :  $\forall n \geq 0, z_n = \sqrt{5}$