Pour montrer la continuité d'une fonction

- On sait que les fonctions $\mathrm{Id}_{\mathbb{R}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\ln :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$, $\exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\cos : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $\sqrt[n]{\cdot} : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ (pour n entier) sont continues.
- On connaît les théorèmes sur la somme, la différence, le produit, le quotient, la composée de deux fonctions continues.
- Quand une fonction est définie par une "formule" du type $f(x) = \sin(1 + \ln(2\sqrt{\cos x}))$, les deux points précédents permettent généralement de prouver sa continuité sur son domaine de définition.
- Si la fonction est définie, par exemple, en donnant une formule $f(x) = \cdots$ pour $x \neq 0$, et en fixant par ailleurs une valeur pour $f(0)$, on procède en deux temps. D'abord, on montre la continuité sur $\mathbb{R} \neq \{0\}$ par les méthodes précédentes. Ensuite, on montre "à la main" que $f(x) \xrightarrow[x \to 0]{} f(0)$.

Pour compléter ces principes généraux, ajoutons deux points.

- On peut utiliser directement le fait qu'une fonction polynomiale est continue sur $\mathbb{R}$, sans avoir besoin de le redémontrer à l'aide du point précédent.
- On connaît les points de continuité et de discontinuité de la fonction partie entière $\lfloor \cdot \rfloor : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.