

# JOURNÉE MATHÉMATIQUE À STANISLAS

Bâtiment Beaussart - salle Biblio

Mercredi 23 juin 2010

## 08h00 Probabilités et Grandes Déviations

par P. Petit (*doctorant en mathématiques, normalien, colleur à Stanislas*)

L'un des théorèmes fondamentaux de la théorie des probabilités et de ses applications en statistiques est la *loi des grands nombres* : elle assure que, si l'on tire un grand nombre de fois à pile ou face avec une même pièce équilibrée, la proportion de piles sera proche de 50%.

La *théorie des grandes déviations* est une généralisation de la loi des grands nombres s'appliquant à des systèmes plus compliqués issus de la mécanique statistique (thermodynamique, modèle d'Ising, etc.). Cet exposé sera notamment l'occasion d'approfondir le concept d'entropie.

## 09h30 Mathématisations de la notion d'information : histoire et perspectives d'une notion au coeur des sciences contemporaines

par M. Devautour (*doctorant à l'École Polytechnique*)

A l'horizon d'un trou noir, dans la frénésie des salles de marché, dans les replis de l'ADN, dans l'activité de nos neurones, et parfois même à la télé ... l'information est vraiment partout. Ou disons plutôt : partout nous voyons de l'information. Mais parlons-nous bien toujours de la même chose ? Peut-on vraiment calculer la quantité d'information contenue dans un brin d'ADN ? dans l'activité d'un neurone ? dans un trou noir ? et dans un livre ?

Un bref retour sur l'histoire de la notion d'information nous permettra de mettre en évidence le rôle essentiel des mathématiques dans la formation de ce(s) concept(s), puis nous tenterons de donner un aperçu des mille et une manières dont les mathématiques permettent de parler de la notion d'information, et qui sont peut-être autant de manières de voir le monde.

Mais faut-il chercher un cadre unifiant toutes ces approches, ou au contraire briser d'illusoires convergences pour dégager de nouveaux concepts bien distincts ?

### **11h00 Le langage des catégories : une nouvelle façon de penser les objets mathématiques**

*par E. Biland (professeur en MPSI, Stanislas)*

Qu'est-ce qu'un objet mathématique ? Un nombre, ou une figure géométrique, répondra sans doute un collégien. Un lycéen pensera à une fonction, ou peut-être à une transformation géométrique. Un élève de classe préparatoire citera certainement un groupe, ou un espace vectoriel. Un mathématicien, s'il est algébriste ou géomètre, proposera plutôt une *catégorie*.

Nous présenterons quelques catégories connues de tous (au sens où M. Jourdain connaissait la prose), comme celle des ensembles ou des  $\mathbb{R}$ -espaces vectoriels. Nous dirons les efforts des chercheurs pour percer les mystères de la catégorie des groupes finis, ou de celle des modules sur un anneau. Enfin, nous évoquerons ces mathématiciens qui, pour faire avancer la connaissance, n'hésitent pas à inventer des catégories nouvelles.

### **14h00 Que peuvent nous apprendre les spectres ?**

*par A. Autin (professeur en PCSI, lycée Louis Thuillier, Amiens)*

On s'intéresse à l'équation des ondes, qui décrit comment se propage une onde dans un certain milieu. La plupart du temps, on calcule ses solutions connaissant le milieu. Mais une autre utilisation intéressante de cette équation est le problème inverse : si on observe comment se propage l'onde, peut-on en déduire des informations sur le milieu ? On fera les calculs explicites en dimension 1 : c'est la corde vibrante. En dimension 2, c'est le fameux problème : peut-on entendre la forme d'un tambour ? Puis on introduira une généralisation de ce problème pour une variété riemannienne.

### **15h30 Retour à l'origine des marches au hasard**

*par A. Camanes (professeur en PCSI, Stanislas)*

On présentera un modèle de marche au hasard : un homme part de chez lui et, toutes les minutes, décide de tirer à pile ou face si son prochain pas sera vers la droite, vers la gauche, vers devant ou vers derrière. On utilisera du dénombrement, la formule de Stirling, des suites, des intégrales et des dessins pour montrer que cet homme est presque sûr de rentrer chez lui. Un petit bémol cependant, le temps que met l'homme à retrouver le chemin de sa maison est en moyenne infini. . .