

Devoir maison n° 1

À rendre le mercredi 9 septembre 2015

On définit deux fonctions f et g en posant, pour x réel, $f(x) = \cos x - \sin^2 x$ et $g(x) = \cos x$.
On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

1 - Propriétés générales

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Calculer les valeurs de f en les points 0 , $\pi/3$, $2\pi/3$ et π .
- Montrer que la fonction f est 2π -périodique.
- Étudier la parité de f .
- En déduire qu'il suffit d'étudier f sur l'intervalle $[0, \pi]$.

2 - Variations

- Calculer la dérivée de la fonction f . On donnera une expression factorisée de $f'(x)$.
- Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0, \pi]$, en précisant tous les points où sa dérivée s'annule.

3 - Positions relatives

- Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in [0, \pi]$.
- Que peut-on en déduire concernant les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g ?

4 - Représentation graphique

Sur une feuille A4 tournée de côté, tracer :

- un repère orthonormé, unité 2 cm, x variant de -2π à 2π , y variant de -2 à 2 ,
- la courbe \mathcal{C}_g ,
- la courbe \mathcal{C}_f (on tracera la courbe sur $[0, \pi]$, en commençant par placer les tangentes horizontales et on la complétera en utilisant les propriétés de parité et de périodicité de f).